

融入人工智能的《复变函数与积分变换》新形态教材建设

张神星¹

(1. 合肥工业大学 数学学院, 合肥 230000)

[摘要] 针对《复变函数与积分变换》课程抽象难懂、与应用脱节的教学困境, 本文提出并实践了一项以深度融合 AI 技术的新形态教材为核心的系统性改革。通过“重应用、塑思维”的内容重构与“问题驱动、可视化、线上线下一体化”的教材设计, 构建了面向智能时代的新教学模式。教学实践表明, 该模式能有效提升学生的学习体验与学业成果, 为同类课程改革提供了可复制的“教材引领、技术赋能”范式。

[关键词] 复变函数; 积分变换; 教学改革; 人工智能

一、引言

以生成式人工智能为代表的技术浪潮现如今正推动社会进入一个全新的智能时代, 其对教育领域产生的颠覆性影响日益凸显。2025 年 5 月, 教育部发布了《中国智慧教育白皮书》^[1], 其中前瞻性地描绘了“培育未来教师、打造未来课堂、建设未来学校、创设未来学习中心”的“四个未来”教育新图景, 其核心要义在于推动教育教学形态迈向智能化、个性化与融合化。在这一宏大背景下, 作为工科人才培养基石之一的大学数学课程, 面临着从传统模式向新范式转型的迫切需求。

作为大学数学课程之一, 《复变函数与积分变换》通常面向计算机、电子信息、机械工程、自动化、集成等多个非数学理工科专业开设。作为一门重要的工具性课程, 其理论是理解通信原理、自动控制、流体力学等前沿科技的数学语言。然而, 该课程的传统教学内容与方式正面临严峻挑战:

- 该课程内容抽象性强, 复变函数、解析函数、留数、积分变换等概念难以直观理解, 导致学生入门困难、畏学厌学;
- 该课程与应用脱节, 导致学生不知道为何要学习该课程, 学习感到困惑, 或认为该课程没用;
- 该课程不是考研课程, 导致学生轻视该课程, 不愿意花太多时间来学习。

为破解上述困境, 积极响应“四个未来”的号召, 我校教学团队以人工智能与课程教材的深度融合为核心路径, 对《复变函数与积分变换》课程进行了系统性改革。我们认为, 教育的智能化转型必须以一个深度融合 AI 理念与技术的新形态教材为核心载体。本文中, 我们将系统介绍以一本自主研发的《复变函数与积分变换》新形态教材为抓手, 在课程内容重构、数字资源建设与教学模式创新方面的探索与实践, 旨在为同类课程在智能时代的改革提供一个可借鉴的范式, 并展示 AI 技术如何为传统的数学课堂注入新的活力。

二、课程内容体系重构

2.1 重构原则

课程内容的重构首先源于教学目标的根本性转变。为了系统实现这一转变, 我们需要明确以下几个方面:

- 目标上, 从传授完备的数学理论, 转变为培养未来工程师和科学家运用数学工具解决实际问题的能力。

-
- 方法上,从追求严谨的逻辑推导,转变为塑造将复杂问题映射到数学模型上的“数学思维”。
 - 视角上,从局限于数学内部体系,转变为拥抱人工智能等现代计算工具,将课程教学与人工智能相结合。

具体实施时,我们需要结合该课程的特点来取舍教学内容:

- 《复变函数与积分变换》是一门数学课程,而不是各个专业开设的诸如《数学物理方法》、《信号与系统》等课程。尽管这些课程内容之间会有重合的部分,但《复变函数与积分变换》的课程内容应当以培养学生的数学基础为主,适当辅以课程内容在其它学科的典型应用。因此,该课程的内容应当聚焦在数学思想、数学理论和数学工具的传播。
- 《复变函数与积分变换》是一门非数学专业课程,它与数学专业的《复变函数》或《复分析》等课程有所不同。因此该课程不应当以培养数学抽象思维能力、严谨的数理逻辑能力为主。这就使得在课程内容的取舍上,需要摒弃繁琐的定理证明细节,证明过程应侧重阐释其思想原理。同时,对于在数学学科很有用、但在其它学科几无用途的内容,应作适当精简或舍弃。

2.2 内容设计

根据上述指导性原则,我们在传统复变函数与积分变换教材^[2-4]的基础上,做了如下变化:

2.2.1 选读内容扩充

为了体现该课程的工具性,我们添加了很多关于复变函数与积分变换应用的选读内容^[9]。

1 单位根的应用

传统教材在讲授复数方根的计算方法后直接结束了当前章节,我们在该部分内容后添加了单位根这一重要数学对象的各种应用。这些应用涵盖了三角函数计算、多项式分解与组合计数等问题,其中蕴含了三角-指数函数联系、母函数以及离散傅里叶变换等核心思想。这些内容有助于学生认识到该课程的工具性特点及其应用的广泛性。

2 矩阵上的指数函数

矩阵上的指数函数在控制领域中有着重要作用,然而这部分内容却在大学数学四门课中没有教授。因此我们在复数的指数函数后添加了该部分选读内容,这部分内容有助于加深学生对几种不同的指数函数的共性的认识。

3 留数的应用

留数在定积分中的应用等内容在部分课时相对较少、学生基础相对薄弱的院校往往选择不讲授。然而该部分内容却是复变函数这一课程的工具性的重要体现,因此在内容设计上,我们认为这部分内容不仅要讲,而且深入地讲。不过在讲授时,我们着重引导学生理解“构造闭路→推导公式→应用公式”这一逻辑链条,并掌握公式的应用方法,而对公式本身的深层由来则不做过多探究。此外,我们还添加了瑕积分的处理、在级数的应用等内容,扩展了留数应用的丰富性。

4 积分变换的应用

和留数的应用类似,积分变换应用的讲授也多集中在微分方程中的应用。我们加入了能量公式、泊松求和公式、卷积等在定积分和级数求和中的应用。

2.2.2 弱化理论性强、应用性弱的内容

我们针对该课程中理论性较强,但在其它学科中少见应用的内容进行了适当地缩减和调整。

1 洛朗展开

洛朗展开不仅是复变函数解析理论的重要内容,体现了与实变函数理论的显著差异,其 z^{-1} 项系数所引出的留数概念更是该领域的强有力工具。然而,诸如求函数的洛朗展开等内容却与实际应用严重脱节,几乎只有理论上的价值,留数的计算多数时候也不需要进行洛朗展开。因此,我们缩减了洛朗展开在课时和考察时的占比。

2 无穷远点奇点类型

在部分学校和教材中,无穷远点的奇点类型作为必修内容,而无穷远点的留数反而作为选修内容。诚然,前者可能比后者容易学习,但无穷远点的奇点类型缺乏应用,而无穷远点的留数通过变量替换并不难理解,且在积分计算中也有所应用。因此,我们将无穷远点奇点类型设为选读内容,而建议讲授无穷远点的留数。

2.2.3. 保留经典应用内容

对于传统教材中关于该课程在平面向量场这一典型应用,我们保留了相应内容。该部分内容包括调和函数和保形映射在平面向量场的应用,它是复变函数在其它学科内容中最典型、最直接的应用。尽管复变函数理论在三维向量场的处理中较为乏力,不过平面向量场依然有它的应用场景。因此我们保留该部分内容作为学生选学内容。

通过上述“增、删、留”的调整,我们构建了一个更加聚焦应用、呼应现代技术发展的内容体系,为新形态教材的编写奠定了坚实基础。

三、新形态教材设计

为了达到我们的课程改革目的,我们需要通过一个关键载体来链接改革理念和改革结果——教材。我们编写的《复变函数与积分变换》新形态教材,正是此次教学改革的核心成果。

3.1 教材定位

很多学生对于所用的大学数学教材,往往有一个负面评价:“防自学设计”,其核心表现为:

- 概念引入“空降化”:直接抛出抽象定义,不解释背景和用途。比如教材一开始就抛出复数的概念,不解释复数出现的动机和发现的过程,这会使得学生一开始就对课程失去兴趣,从而缺乏后续学习的动力。
- 逻辑推导“抽象化”:定理证明往往严谨性有余,阐释性不足。比如柯西积分公式的证明,不解释该公式出现的前因——柯西-古萨定理,和后果——用于计算绕闭路积分,而且直接给出证明,不解释该公式成立的背后原因。这会导致学生不想学习相应内容,即使学习了也不理解证明过程,或是不理解这部分内容和其它内容的关联。
- 辅助资源“极简化的”:例题数量少、类型单一,缺乏从“简单”到“复杂”循序渐进的过程,也没有对常见误区的提醒。

本书从策划之初便明确了这些可能出现的问题,确立了各个章节内容的编写逻辑。我们有意避免晦涩的、纯数学的“定义→定理→证明”循环,而是采用通俗易懂的语言,常以问题为导向引入数学概念。

3.2 内容体系创新

我们采取“衔接→动机→推理→定义或定理→再理解→应用→再思考→衔接”的长链条，来实现在学习过程中的多次思考，避免陷入“学而不思”的负面效果。我们以柯西-古萨定理的引入为例，介绍各个部分的设计^[4]：

- 衔接：根据前一节中积分的计算结果，可以发现有些函数的积分与路径有关，如 $f(z) = \operatorname{Re} z$ ；有些函数的积分与路径无关，如 $f(z) = z$ 。
- 动机：通过考察两条不同的路径形成的闭合曲线，可以发现一个现象：积分与路径无关 \Leftrightarrow 积分绕闭路为零。
- 推理：复变函数积分是一种线积分 \Rightarrow 可以使用格林公式将绕闭路积分转化为面积分 \Rightarrow 回想格林公式条件：一阶连续可导 \Rightarrow 得出积分与偏导数关系 \Rightarrow 结合柯西-黎曼定理得出结论
- 定理：前述思考的条件可放松，从而得到一般结论——柯西-古萨基本定理
- 再理解：格林公式变量替换形式 \Rightarrow 绕闭路积分为零与 $\partial f/\partial \bar{z}$ 的关系 \Rightarrow 强化原有认知：解析函数可表达为不含 \bar{z} 只含 z 的形式
- 应用：判断条件——闭路及其内部解析 \Rightarrow 得出结论——绕闭路积分为零
- 再思考：若有奇点如何处置？从 $1/(z - z_0)$ 绕圆周积分得到特定情形下绕闭路积分
- 衔接：缺点？只能处理特定情形，如何考虑一般情形？需要复合闭路定理，从而衔接至下一节。

通过引入这种新体系，可有效避免在原有体系中出现的典型问题：

- 通过解释动机、定理再思考等过程，将抽象性强的内容转变为相对简单的内容，在一句话内即可解释清楚，降低了学生入门的难度和畏学情绪；
- 通过动机与应用的结合，可以让学生认识到课程的丰富应用，从而让学生理解这门课开设的必要性，以及该课程对后续内容所起的作用。

我们在教材中添加了大量的可视化内容，图表数量达到了平均每页 0.58 张，相应的数字内容则添加了一些动态可视化内容，方便学生直观理解。此外，我们还添加了中英人名对照表，方便学生搜索和查阅相应人名对应的内容；添加了索引，方便学生查找所需的概念和结论。

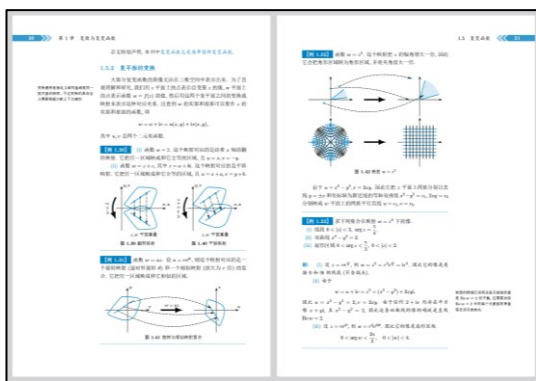


图 1 纸质教材中的丰富配图

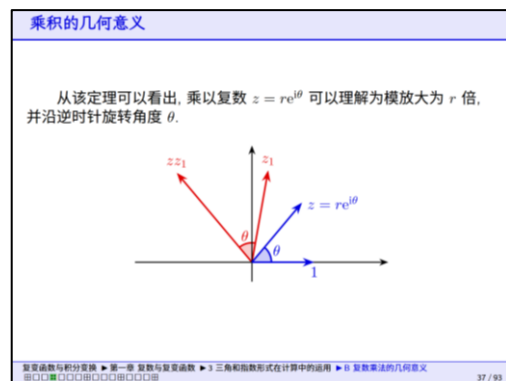


图 2 课件中的动态可视化内容

3.3 线上线下一体化建设

新形态教材的建设，不仅在于纸质内容的革新，更在于构建一个与之高度适配、线上线下深度融合的数字资源体系。本课程的数字资源建设，绝非简单地将讲义搬上网络，而是以构建智能的个性化学习空间为核心理念，将数字资源视为与纸质教材平等、互补且能产生化

学反应的“另一半”，共同构成完整的教学解决方案。因此，我们的建设理念从将其视为服务于教师“教”的辅助工具，转变为支撑学生“学”的共生环境，从而打破时空界限，创造一种随时随地可学的学习体验。我们通过智能化反馈与交互，为每位学生提供个性化的学习路径，真正体现了以学生为中心的教学思想。

目前，我们已建设下述资源，并将其与教师教学过程深度融合：

- 课前：学生可通过教材结合线上课件预习。
- 课中：教师可通过智慧教学平台，在教授过程中插入思考题和练习题，并实时获取学生反馈，发现学生学习的薄弱点，并及时做出纠正。
- 课后：
 - 学生可针对课上发现的薄弱点，通过智慧教学平台的微课强化相应的理解。
 - 学生可通过各章节自测题检验学习效果，困难之处可通过 AI 助教讲解来帮助理解。
 - 教师可使用线上作业资源按时发布和收取作业，可使用 AI 批阅，再由助教手动检查可能的批阅问题。
 - 教师可通过线上自测试题和作业完成情形，使用 AI 总结分析学生学习的薄弱环节，并采取相应的强化措施。
 - 在完成成体系的内容讲授后，教师可通过线上 AI 生成综合研讨题，鼓励学生使用 AI 辅助，并配合数学或工程软件来完成。再通过 AI 批阅检查和总结学生作答的优缺点。
- 拓展阅读资料库：我们不仅在纸质教材中配备了丰富的选读内容，以满足学有余力的优秀学生的深度学习需求，激发他们的创新潜能，线上我们也整理了拓展阅读资料库，收录了与课程内容相关的历史沿革、理论推广、应用案例等内容。这一资源库不仅可以引导学生培养良好的科学情怀，还能引导学生超越课本、了解前沿，初步培养其科研素养和创新能力，为拔尖创新人才的成长提供肥沃土壤。



图3 数字教材的多个模块



图4 AI生成与批阅的综合研讨题

四、教学实践初步成效

课程改革的理念与设计，最终需要接受教学实践的检验。经过目前教学试点，以新形态教材为核心的《复变函数与积分变换》课程建设已取得初步成效。自新形态教材及配套资源投入试用以来，课程的教学效果发生了显著变化：

- 学生学习体验显著提升：通过任课教师的反映，学生在课上的抬头率明显提高。在随堂思考题和练习题中，学生的参与率也有较大提升。
- 学业成果持续改善：通过课后作业和随堂测验反映来看，学生的及格率与优秀率呈现稳步提升态势。
- 教材获得广泛认可：纸质教材达到了京东大学教材图书热卖榜的第15名。校内外同行专家在评审后也给予高度评价，认为该教材定位精准、特色鲜明。具体而言，教材编排科学合理，章节设计循序渐进，例题与习题层次分明，插图丰富美观，内容清晰易懂，

并配有丰富的电子教学资源。专家们一致认为，该书成功地将高深的理论转化为通俗易懂的语言，是一本面向非数学专业的优秀教材。使用过该教材的学生反馈道：“这本书让我感到复变函数是有用的、生动的”。这些正面反馈为教材的进一步推广奠定了坚实基础。

五、总结与展望

我们以一本深度融合 AI 技术的新形态教材为核心，通过系统性的内容重构与一体化的数字资源建设，成功地将《复变函数与积分变换》课程从一门抽象难懂的数学课，转型为一门培养学生解决复杂工程问题能力的赋能课。这一“教材引领、技术赋能、模式创新”的建设模式，是我们在教学一线对“四个未来”教育蓝图所做出的有力回应与有效实践。

展望未来，我们的改革步伐不会停止。下一步，我们计划：

- 基于虚拟教研室，构建协同发展共同体：我们将以本教材和线上资源为基础，联合若干兄弟院校，建立“复变函数与积分变换课程虚拟教研室”，共同开展集体备课、教学观摩和改革研讨，共享资源、共研问题、共创成果。
- 持续迭代优化，打造智慧教育生态：我们将建立持续的反馈与迭代机制，根据使用数据和师生建议，定期更新教材案例与数字资源。同时，探索将生成式人工智能等技术更深度地融入学习过程。
- 推动模式辐射，贡献教育变革力量：我们期待将本课程的建设模式、教材编写理念及资源建设经验进行系统梳理与推广，为全国同类课程的教学改革提供一个可复制、可借鉴的范例，为最终构建一个更大范围、更高水平的“智慧学习共同体”贡献我们的力量。

[参 考 文 献]

- [1] 中国智慧教育白皮书[DB/OL]. 中华人民共和国教育部. (2025-05-01)[2025-05-01].
- [2] 西安交通大学高等数学教研室. 工程数学:复变函数[M]. 第四版. 北京:高等教育出版社, 2011.
- [3] 李红, 谢松法. 复变函数与积分变换[M]. 第四版. 北京:高等教育出版社, 2013.
- [4] 刘建亚, 吴臻. 复变函数与积分变换[M]. 北京:高等教育出版社, 2019.
- [5] 张神星. 复变函数与积分变换[M]. 北京:机械工业出版社, 2025.

张神星

邮箱: zhangshenxing@hfut.edu.cn